

# KATALOG POŽADAVKŮ ZKOUŠEK SPOLEČNÉ ČÁSTI MATURITNÍ ZKOUŠKY

platný od školního roku **2020/2021**

## MATEMATIKA ROZŠIŘUJÍCÍ



Zpracoval: Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání  
Schválil: Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy  
Dne: 22. 12. 2020  
pod č. j.: MSMT-45435/2020



# KATALOG POŽADAVKŮ ZKOUŠEK SPOLEČNÉ ČÁSTI MATURITNÍ ZKOUŠKY

platný od školního roku **2020/2021**

## MATEMATIKA ROZŠIŘUJÍCÍ

Zpracoval: Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání  
Schválil: Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy  
Dne: 22. 12. 2020  
pod č. j.: MSMT-45435/2020

## Obsah

Úvod .....	5
Požadavky na vědomosti a dovednosti, které mohou být ověřovány v rámci nepovinné maturitní zkoušky z matematiky rozšiřující.....	6
Část A – Kompetence.....	6
Část B – Tematické okruhy .....	7
Část C – Základní specifikace nepovinné zkoušky z matematiky rozšiřující .....	14
Část D – Příklady testových úloh .....	15

## Úvod

### Účel a obsah katalogu

Katalog požadavků k nepovinné maturitní zkoušce z matematiky rozšiřující je vydáván v souladu s ustanovením § 78a odst. 1 zákona č. 561/2004 Sb., o předškolním, základním, středním, vyšším odborném a jiném vzdělávání (dále jen školský zákon), ve znění pozdějších předpisů, a vymezuje rozsah požadavků na vědomosti a dovednosti žáků, kteří mají zájem tuto zkoušku konat.

Způsob a formu ověřování vědomostí a dovedností stanoví prováděcí vyhláška č. 177/2009 Sb., o bližších podmínkách ukončování vzdělávání ve středních školách maturitní zkouškou, ve znění pozdějších předpisů.

Součástí vymezení požadavků je i rámcová specifikace povolených pomůcek. Podrobnější vymezení rozsahu a struktury povolených pomůcek stanoví, s ohledem na technologický a informační vývoj, ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy jako součást oznámení kritérií hodnocení v souladu s prováděcí vyhláškou ke školskému zákonu.

### Pedagogické dokumenty ke katalogu a k maturitní zkoušce

Katalog byl připravován v souladu s platnými pedagogickými dokumenty; vychází z rámcových a školních vzdělávacích programů pro gymnázia a z rámcových a školních vzdělávacích programů těchto oborů středního vzdělávání ukončených maturitní zkouškou, které respektují požadavky vysokých škol matematického, přírodovědného a technického zaměření na úroveň vědomostí a dovedností uchazečů o studium.

Katalogem vymezené požadavky nepovinné maturitní zkoušky z matematiky rozšiřující mohou svým obsahem přesáhnout minimální požadavky vymezené v rámcových vzdělávacích programech oborů středního vzdělávání ukončených maturitní zkouškou. Tímto vymezením však v žádném směru neomezují právo žáků oborů středního vzdělávání s maturitní zkouškou přihlásit se ke zkoušce.

Jako podpůrné prameny byly využity publikované standardy a didaktické materiály:

FUCHS, E., BINTEROVÁ, H. a kol. **Standardy a testové úlohy z matematiky pro střední odborná učiliště.** Praha: Prometheus, 2003, ISBN 80-7196-294-5.

FUCHS, E., KUBÁT, J. a kol. **Standardy a testové úlohy z matematiky pro čtyřletá gymnázia.** Praha: Prometheus, 1998. ISBN 80-7196-095-0.

FUCHS, E., PROCHÁZKA, F. a kol. **Standardy a testové úlohy z matematiky pro střední odborné školy.** Praha: Prometheus, 1998. ISBN 80-7196-097-7.

**Nedílnou součástí Katalogu požadavků k nepovinné maturitní zkoušce z matematiky rozšiřující je příloha s ukázkami testových úloh.**

# Požadavky na vědomosti a dovednosti, které mohou být ověřovány v rámci nepovinné maturitní zkoušky z matematiky rozšiřující

## Část A – Kompetence

Očekávané vědomosti a dovednosti pro nepovinnou maturitní zkoušku z matematiky rozšiřující v rámci společné části maturitní zkoušky jsou v této části specifikovány v pěti hlavních kategoriích kompetencí, které je v rámci rozsahu a možností vzdělávacího programu žádoucí rozvíjet v průběhu středního vzdělávání v oborech vzdělání zakončených maturitní zkouškou.

### Osvojení matematických pojmů a dovedností

#### Žák dovede:

- užívat správně matematické pojmy (definovat pojmy a určit jejich obsah, charakterizovat pojem různými způsoby, třídit pojmy a nalézat vztahy mezi nimi, zobecňovat pojmy a vztahy mezi nimi);
- numericky počítat a užívat proměnnou (provádět základní početní operace, odhadnout výsledek výpočtu, využít efektivní způsoby výpočtu, upravit výrazy s čísly a proměnnými, stanovit definiční obor výrazu, na základě reálné situace sestavit výraz s proměnnými);
- pracovat s rovinnými a prostorovými útvary (rozpoznat a pojmenovat geometrické útvary, využívat geometrickou představivost při analýze rovinných a prostorových vztahů, měřit a odhadovat výsledek měření, řešit početně geometrickou úlohu, řešit konstrukčně geometrickou úlohu);
- matematicky argumentovat (používat různé typy tvrzení, rozlišit definici a větu, rozumět logické stavbě matematické věty, dokázat jednoduchou matematickou větu, vytvořit a ověřit hypotézu, zdůvodnit ji, nebo vyvrátit).

### Matematické modelování

#### Žák dovede:

- matematizovat reálné situace (odhalit kvantitativní nebo prostorové vztahy a zákonitosti, vytvořit matematický model reálné situace);
- pracovat s matematickým modelem;
- ověřit vytvořený model z hlediska reálné situace (vyjádřit výsledek řešení modelu v kontextu reálné situace, vyhodnotit výsledek modelované situace);
- kombinovat různé modely téže situace.

### Vymezení a řešení problému

#### Žák dovede:

- vymežit problém;
- analyzovat problém;
- zvolit vhodnou metodu řešení problému (popsat problém vzorcem, užít známý algoritmus, vytvořit algoritmus řešení);
- vyřešit problém;
- diskutovat o výsledcích;
- aplikovat osvojené metody řešení problémů v jiných tématech a oblastech.

## Komunikace

### Žák dovede:

- číst s porozuměním matematický text;
- vyhodnotit informace kvantitativního i kvalitativního charakteru obsažené v grafech, diagramech, tabulkách atd.;
- přesně se vyjádřit (užívat jazyk matematiky včetně symboliky a terminologie, zdůvodnit matematické tvrzení, obhájit vlastní řešení problému, prezentovat výsledky řešení úlohy a prezentovat geometrické konstrukce na dobré grafické úrovni);
- prezentovat získané informace a výsledky (zpracovat získané údaje formou grafů, diagramů, tabulek atd., použít různé formy znázornění matematických situací).

## Užití pomůcek

### Žák dovede:

- využít informační zdroje (odborná literatura, internet atd.);
- efektivně řešit problémy pomocí kalkulátoru a PC;
- použít kalkulátor a PC k prezentaci řešení problémů;
- použít tradiční prostředky grafického vyjadřování.

## Část B – Tematické okruhy

Druhá část požadavků pro nepovinnou zkoušku z matematiky rozšiřující obsahuje konkrétní vědomosti a dovednosti z jednotlivých tematických okruhů.

### 1 Číselné množiny

#### Žák dovede:

##### 1.1 Přirozená čísla

- provádět aritmetické operace s přirozenými čísly;
- rozlišit prvočíslo a číslo složené, rozložit přirozené číslo na prvočinitele;
- určit největšího společného dělitele a nejmenší společný násobek přirozených čísel;
- rozlišit čísla soudělná a nesoudělná;
- užít pojem dělitelnost přirozených čísel a znaky dělitelnosti;
- užít dělitelnost v důkazu;

##### 1.2 Celá čísla

- provádět aritmetické operace s celými čísly;
- užít pojem opačné číslo;

##### 1.3 Racionální čísla

- pracovat s různými tvary zápisu racionálního čísla a s jejich převody;
- provádět operace se zlomky;
- provádět operace s desetinnými čísly včetně zaokrouhlování, určit řád čísla;
- řešit úlohy na procenta, zlomky a poměr a užívat trojčlenku;
- znázornit racionální číslo na číselné ose;

## 1.4 Reálná čísla

- zařadit číslo do příslušného číselného oboru;
- provádět aritmetické operace v číselných oborech;
- užít pojmy opačné číslo a převrácené číslo;
- znázornit reálné číslo nebo jeho aproximaci na číselné ose;
- určit absolutní hodnotu reálného čísla a chápat její geometrický význam;
- zapisovat a znázorňovat množiny a intervaly, jejich průnik, sjednocení, rozdíl a doplněk;
- provádět operace s mocninami s celočíselným exponentem;
- užít mocninu s racionálním exponentem a ovládat početní výkony s mocninami a odmocninami;
- řešit úlohy s mocninami a odmocninami;

## 1.5 Komplexní čísla

- užít Gaussovu rovinu k zobrazení komplexních čísel;
- vyjádřit komplexní číslo v algebraickém i goniometrickém tvaru;
- vypočítat absolutní hodnotu a argument komplexního čísla a chápat jejich geometrický význam;
- určit a znázornit číslo opačné, číslo komplexně sdružené;
- sčítat, odčítat, násobit a dělit komplexní čísla v algebraickém tvaru, určit převrácené číslo;
- násobit, dělit, umocňovat a odmocňovat komplexní čísla v goniometrickém tvaru užitím Moivreovy věty;
- užít při řešení rovnic rovnost komplexních čísel;
- řešit binomické rovnice.

## 2 Algebraické výrazy

Žák dovede:

### 2.1 Algebraický výraz

- určit hodnotu výrazu;
- určit nulový bod výrazu;
- stanovit definiční obor výrazu;
- provádět operace s výrazy;
- sestavit výraz;

### 2.2 Mnohočleny

- užít pojmy člen, koeficient, stupeň mnohočlenu;
- provádět operace s mnohočleny, provádět umocnění dvojčlenu pomocí vzorců;
- rozložit mnohočlen na součin užitím vzorců a vytýkáním;

### 2.3 Lomené výrazy

- provádět operace s lomenými výrazy;
- stanovit definiční obor lomeného výrazu;

### 2.4 Výrazy s mocninami a odmocninami

- provádět operace s výrazy obsahujícími mocniny a odmocniny;
- stanovit definiční obor výrazu s mocninami a odmocninami;

### 2.5 Výrazy s absolutní hodnotou

- provádět operace s výrazy obsahujícími absolutní hodnotu.



## 3 Rovnice a nerovnice

Žák dovede:

### 3.1 Rovnice a nerovnice

- stanovit definiční obor rovnice a nerovnice;
- užít ekvivalentních a důsledkových úprav při řešení rovnice a nerovnice, provádět zkoušku;
- vyjádřit neznámou ze vzorce;
- sestavit rovnici, nerovnici;
- užít rovnice a nerovnice při řešení slovní úlohy;

### 3.2 Lineární rovnice a jejich soustavy, rovnice s neznámou ve jmenovateli

- řešit lineární rovnice o jedné neznámé a rovnice s neznámou ve jmenovateli;
- řešit rovnice obsahující výrazy s neznámou v absolutní hodnotě;
- řešit rovnice s parametrem;
- řešit početně i graficky soustavu dvou lineárních rovnic o dvou neznámých;
- řešit soustavy tří lineárních rovnic o třech neznámých;
- řešit lineární rovnice v oboru komplexních čísel;

### 3.3 Kvadratické rovnice

- řešit neúplné i úplné kvadratické rovnice;
- užít vztahy mezi kořeny a koeficienty kvadratické rovnice;
- řešit kvadratické rovnice s parametrem;
- řešit soustavy lineární a kvadratické rovnice o dvou neznámých;
- řešit soustavy kvadratických rovnic o dvou neznámých;
- řešit kvadratické rovnice s reálnými koeficienty v oboru komplexních čísel;

### 3.4 Rovnice s neznámou pod odmocninou

- řešit rovnice s neznámou pod odmocninou, při řešení rovnic rozlišit ekvivalentní a neekvivalentní úpravy;

### 3.5 Lineární a kvadratické nerovnice a jejich soustavy

- řešit lineární nerovnice s jednou neznámou a jejich soustavy;
- řešit rovnice a nerovnice v součinném a podílovém tvaru;
- řešit nerovnice obsahující lineární výrazy s neznámou v absolutní hodnotě;
- řešit početně i graficky kvadratické nerovnice.

## 4 Funkce

Žák dovede:

### 4.1 Základní poznatky o funkcích

- užít různá zadání funkce v množině reálných čísel a užít s porozuměním pojmy definiční obor, obor hodnot, argument funkce, hodnota funkce, graf funkce;
- určit průsečíky grafu funkce s osami soustavy souřadnic a průsečíky grafů funkcí;
- sestavit graf funkce dané předpisem  $y = f(x)$  nebo část grafu pro hodnoty proměnné  $x$  z dané množiny, určit hodnoty proměnné  $x$  pro dané hodnoty funkce  $f$ ;
- vytvořit předpis funkce  $y = f(x)$  ke grafu elementární funkce;

- rozhodnout, zda je funkce sudá, lichá, prostá, omezená, periodická, určit intervaly monotonie a body, v nichž funkce nabývá lokálních a globálních extrémů;
- sestrojít z grafu funkce  $y = f(x)$  grafy funkcí  $y = a \cdot f(bx + c) + d$ ;  $y = |f(x)|$ ,  $y = f(|x|)$ ;
- určit funkci inverzní k dané funkci, sestrojít její graf, užít poznatky o složené funkci;
- modelovat reálné závislosti pomocí funkcí;
- užívat výrazy s elementárními funkcemi a určit definiční obor těchto výrazů;

#### 4.2 Lineární funkce

- užít pojem a vlastnosti přímé úměrnosti;
- určit lineární funkci, sestrojít její graf;
- využívat geometrický význam parametrů  $a$ ,  $b$  v předpisu funkce  $y = ax + b$ ;
- určit předpis lineární funkce z daných bodů nebo grafu funkce;
- sestrojít graf lineární funkce s absolutními hodnotami a určit vlastnosti funkce;
- řešit reálné problémy pomocí lineární funkce;

#### 4.3 Kvadratické funkce

- určit kvadratickou funkci, využívat význam parametrů v předpisu kvadratické funkce, upravit předpis funkce, sestrojít graf;
- stanovit definiční obor a obor hodnot funkce, najít bod, v němž nabývá funkce extrému, určit intervaly monotonie;
- sestrojít graf kvadratické funkce s absolutními hodnotami a určit její vlastnosti;
- řešit reálné problémy pomocí kvadratické funkce;

#### 4.4 Mocninné funkce

- určit mocninnou funkci s celočíselným exponentem, funkci druhá a třetí odmocnina, sestrojít grafy těchto funkcí;
- stanovit definiční obor a obor hodnot, určit intervaly monotonie;

#### 4.5 Lineární lomená funkce

- užít pojem a vlastnosti nepřímé úměrnosti;
- určit lineární lomenou funkci, upravit předpis funkce, určit asymptoty, sestrojít graf lineární lomené funkce;
- stanovit definiční obor a obor hodnot lineární lomené funkce, určit intervaly monotonie;
- sestrojít graf lineární lomené funkce s absolutními hodnotami a určit její vlastnosti;
- řešit reálné problémy pomocí lineární lomené funkce;

#### 4.6 Exponenciální a logaritmické funkce, rovnice a nerovnice

- určit exponenciální funkci a sestrojít její graf;
- užívat s porozuměním pojmu inverzní funkce pro definování logaritmické funkce, určit logaritmickou funkci a sestrojít její graf;
- stanovit definiční obor a obor hodnot u obou funkcí, určit typ monotonie v závislosti na hodnotě základu;
- řešit exponenciální a logaritmické rovnice a jednoduché nerovnice, užít logaritmus a jeho vlastnosti;
- aplikovat poznatky o exponenciálních a logaritmických funkcích při řešení reálných problémů;

#### 4.7 Goniometrické funkce, rovnice a nerovnice

- užít pojem orientovaný úhel a jeho hodnoty v míře stupňové a obloukové;
- definovat goniometrické funkce v pravoúhlém trojúhelníku;

- definovat goniometrické funkce v oboru reálných čísel, užít jednotkové kružnice;
- sestrojít grafy goniometrických funkcí  $y = f(x)$  a grafy funkcí  $y = a \cdot f(bx + c) + d$ , určit jejich definiční obor, obor hodnot, užít jejich dalších vlastností;
- užít vztahy mezi goniometrickými funkcemi;
- řešit goniometrické rovnice a jednoduché nerovnice;
- aplikovat poznatky o goniometrických funkcích při řešení reálných problémů.

## 5 Posloupnosti a řady, finanční matematika

Žák dovede:

### 5.1 Základní poznatky o posloupnostech

- aplikovat znalosti o funkcích a jejich vlastnostech při řešení úloh o posloupnostech;
- určit posloupnost vzorcem pro  $n$ -tý člen, rekurentně, graficky;

### 5.2 Aritmetická posloupnost

- určit aritmetickou posloupnost, používat definici aritmetické posloupnosti a pojem diference;
- užít základní vzorce pro aritmetickou posloupnost;

### 5.3 Geometrická posloupnost

- určit geometrickou posloupnost, používat definici geometrické posloupnosti a pojem kvocient;
- užít základní vzorce pro geometrickou posloupnost;

### 5.4 Limita posloupnosti a nekonečná geometrická řada

- užít s porozuměním pojmy vlastní a nevlastní limita posloupnosti, konvergentní a divergentní posloupnost;
- užít věty o limitách posloupnosti k výpočtu limity posloupnosti;
- určit podmínky konvergence nekonečné geometrické řady a vypočítat její součet;

### 5.5 Využití posloupností a řad pro řešení úloh z praxe

- využít poznatků o posloupnostech a řadách v reálných situacích, v úlohách finanční matematiky a v dalších úlohách.

## 6 Planimetrie

Žák dovede:

### 6.1 Planimetrické pojmy a poznatky

- užít pojmy bod, přímka, polopřímka, rovina, polorovina, úsečka, úhly (vedlejší, vrcholové, střídavé, souhlasné, středové a obvodové), znázornit objekty;
- užít s porozuměním polohové a metrické vztahy mezi geometrickými útvary v rovině (rovnoběžnost, kolmost a odchylka přímek, délka úsečky a velikost úhlu, vzdálenosti bodů a přímek);
- rozlišit konvexní a nekonvexní útvary, popsat a správně užívat jejich vlastnosti;
- při řešení početních a konstrukčních úloh využívat množiny všech bodů dané vlastnosti;

### 6.2 Trojúhelníky

- pojmenovat základní objekty v trojúhelníku, správně užít jejich vlastnosti, s porozuměním užít pojmy (strany, vnitřní a vnější úhly, osy stran a úhlů, výšky, těžnice, střední příčky, kružnice opsaná a vepsaná);
- při řešení úloh argumentovat s využitím poznatků vět o shodnosti a podobnosti trojúhelníků;

- aplikovat poznatky o trojúhelnících (obvod, obsah, výška, Pythagorova a Euklidovy věty, poznatky o těžnicích a těžišti) v úlohách početní geometrie;
- aplikovat poznatky o trojúhelnících v úlohách konstrukční geometrie;
- řešit úlohy užitím trigonometrie pravouhlého a obecného trojúhelníku;

### 6.3 Mnohoúhelníky

- rozlišit základní druhy čtyřúhelníků (různoběžníky, rovnoběžníky, lichoběžníky), mnohoúhelníky včetně pravidelných mnohoúhelníků, popsat je a správně užít jejich vlastnosti;
- pojmenovat, znázornit a správně užít základní objekty ve čtyřúhelníku (strany, vnitřní a vnější úhly, osy stran a úhlů, kružnice opsaná a vepsaná, úhlopříčky, výšky), popsat a užít vlastnosti konvexních mnohoúhelníků;
- aplikovat poznatky o čtyřúhelnících (obvod, obsah, vlastnosti úhlopříček a kružnice opsaná nebo vepsaná) a mnohoúhelnících v úlohách početní geometrie;
- využít poznatků o mnohoúhelnících v úlohách konstrukční geometrie;

### 6.4 Kružnice a kruh

- pojmenovat, znázornit a správně užít základní objekty v kružnici a kruhu, popsat a užít jejich vlastnosti (tětiva, kružnicový oblouk, kruhová výseč a úseč, mezikružší);
- užít polohové vztahy mezi body, přímkami a kružnicemi;
- aplikovat metrické poznatky o kružnicích a kruzích (obvod, obsah, velikost obvodového a středového úhlu) v úlohách početní geometrie;
- aplikovat poznatky o kružnici a kruhu v úlohách konstrukční geometrie;

### 6.5 Geometrická zobrazení

- popsat a určit shodná zobrazení (souměrnosti, posunutí, otočení) a užít jejich vlastnosti;
- popsat a určit stejnolehlost nebo podobnost útvarů a užít jejich vlastnosti;
- aplikovat poznatky o shodnosti a podobnosti v úlohách konstrukční geometrie.

## 7 Stereometrie

Žák dovede:

### 7.1 Polohové vlastnosti útvarů v prostoru

- určit vzájemnou polohu bodů, přímek, přímků a rovin, rovin;
- rozhodnout o kolmosti nebo rovnoběžnosti přímek a rovin;
- zobrazit jednoduchá tělesa ve volném rovnoběžném promítání;
- konstruovat rovinné řezy hranolu a jehlanu;
- konstruovat průsečnici dvou rovin v hranolu;

### 7.2 Metrické vlastnosti útvarů v prostoru

- určit vzdálenost dvou bodů, bodu od přímky a roviny, rovnoběžných přímek a rovin;
- určit odchylku dvou přímek, přímků a rovin, dvou rovin;

### 7.3 Tělesa

- charakterizovat jednotlivá tělesa, vypočítat jejich objem a povrch (krychle, kvádr, hranol, jehlan, rotační válec, rotační kužel, komolý jehlan a kužel, koule a její části);
- využít poznatků o tělesech v reálných situacích a dalších úlohách.

## 8 Analytická geometrie

Žák dovede:

### 8.1 Souřadnice bodu a vektoru v rovině i prostoru

- určit vzdálenost dvou bodů a souřadnice středu úsečky;
- užít pojmy vektor a jeho umístění, souřadnice vektoru a velikost vektoru;
- provádět operace s vektory (součet vektorů, násobek vektoru reálným číslem, skalární a vektorový součin vektorů);
- určit velikost úhlu dvou vektorů;

### 8.2 Přímka a rovina

- užít parametrické vyjádření přímky a jejích částí v rovině a prostoru, obecnou rovnici přímky a směrnicový tvar rovnice přímky v rovině;
- užít parametrické vyjádření roviny a obecnou rovnici roviny;
- určit a aplikovat v úlohách polohové a metrické vztahy bodů, přímek a rovin;

### 8.3 Kuželosečky

- charakterizovat jednotlivé druhy kuželoseček, užít jejich vlastnosti;
- užít analytické vyjádření kuželoseček;
- určit vzájemnou polohu přímky a kuželosečky;
- určit vzájemnou polohu dvou kuželoseček.

## 9 Kombinatorika, pravděpodobnost, statistika

Žák dovede:

### 9.1 Kombinatorika

- užít základní kombinatorická pravidla (kombinatorické pravidlo součinu, kombinatorické pravidlo součtu);
- rozpoznat kombinatorické skupiny (variace s opakováním, variace, permutace a kombinace bez opakování), určit jejich počty a užít je v reálných situacích;
- počítat s faktoriály a kombinačními čísly;
- užít binomickou větu a Pascalův trojúhelník při řešení úloh;

### 9.2 Pravděpodobnost

- užít pojmy náhodný jev, jistý jev, nemožný jev, opačný jev, nezávislost jevů, sjednocení a průnik jevů;
- určit pravděpodobnost náhodného jevu, vypočítat pravděpodobnost sjednocení nebo průniku jevů;

### 9.3 Statistika

- vysvětlit a užít pojmy statistický soubor, rozsah souboru, statistická jednotka, statistický znak, hodnota znaku, četnost a relativní četnost;
- vypočítat četnost a relativní četnost hodnoty znaku, sestavit tabulku četností, graficky znázornit rozdělení četností;
- určit charakteristiky polohy a variability (průměry, modus, medián, percentil, rozptyl, směrodatná odchylka);
- vyhledat a vyhodnotit statistická data v grafech a tabulkách.

## Část C – Základní specifikace nepovinné zkoušky z matematiky rozšiřující

Zkouška má formu didaktického testu tvořeného různými typy uzavřených testových úloh (s jednou správnou odpovědí) včetně jejich svazků, otevřenými úlohami se stručnou odpovědí a otevřenými úlohami se širokou odpovědí. Testové úlohy mají různou bodovou hodnotu, která je uvedena u každé úlohy v testu. V průběhu didaktického testu budou mít žáci k dispozici Matematické, fyzikální a chemické tabulky pro střední školy, kalkulačtor (bez grafického režimu, řešení rovnic a úprav algebraických výrazů) a rýsovací potřeby.<sup>1</sup>

V následující tabulce je uvedeno orientační procentuální zastoupení skupin požadavků (tematických okruhů) k maturitní zkoušce v didaktickém testu:

Tematické okruhy	Zastoupené v testu (v %)
1. Číselné množiny	4–10
2. Algebraické výrazy	4–14
3. Rovnice a nerovnice	10–20
4. Funkce	10–20
5. Posloupnosti a řady, finanční matematika	4–14
6. Planimetrie	10–18
7. Stereometrie	4–14
8. Analytická geometrie	8–18
9. Kombinatorika, pravděpodobnost, statistika	4–14

<sup>1</sup> Součástí vymezení požadavků je i rámcová specifikace povolených pomůcek. Podrobnější vymezení rozsahu a struktury povolených pomůcek stanoví, s ohledem na technologický a informační vývoj, ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy jako součást oznámení kritérií hodnocení v souladu s prováděcí vyhláškou ke školskému zákonu.

## Část D – Příklady testových úloh

Testové úlohy jsou uvedeny jako samostatné ukázky, jejich zastoupení necharakterizuje strukturu testu. Soubor ukázek nelze považovat za sestavený test. V ukázkách úloh je správné řešení uvedeno vždy za úlohou.

### 1 Číselné množiny

#### VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 1

Na divadelní představení byly zakoupeny dva druhy vstupenek celkem za 1 500 Kč. Levnějších vstupenek po 48 Kč se koupilo o pět méně než dražších vstupenek po 68 Kč.

(CZVV)

1 Vypočtěte, kolik vstupenek každého druhu bylo zakoupeno.

**Řešení:**

10 levnějších a 15 dražších

#### VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 2

Výnosy z vkladů jsou sníženy vždy o 15% daň. Vklad ve výši 55 000 Kč vynesl za rok čistý úrok 935 Kč. (Čistý úrok je částka z úroku po odečtení daně.)

(CZVV)

2 Vypočtěte roční úrokovou míru.  
Výsledek zaokrouhlete na desetiny procenta.

**Řešení:**

2,0 %

3 Vypočtěte a výsledek zapište jako mocninu s racionálním exponentem:

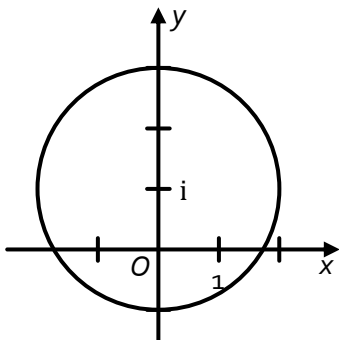
$$\frac{\left(15^{\frac{1}{3}} \cdot 27^{\frac{1}{2}}\right)^{-3}}{\left(25^{\frac{1}{4}} \cdot 9^{\frac{1}{8}}\right)^{-2}} : \frac{\sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[4]{27}}$$

**Řešení:**

$3^{-\frac{19}{4}}$

4 V Gaussově rovině zobrazte všechna komplexní čísla  $z$ , pro která je  $|z - i| = 2$ .

Řešení:



---

5 Který výsledek mocnění  $\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^5$  je správný?

A)  $-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$

B)  $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$

C)  $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

D)  $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$

E)  $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$

Řešení:

D



## 2 Algebraické výrazy

1 Pro všechna  $x \in \mathbf{R}$  platí:

$$(x^2 + 1)(x - a) + 2 = x^3 + 3x^2 + x + b$$

Určete hodnoty parametrů  $a, b$ .

**Řešení:**

$$a = -3, b = 5$$

---

2 Pro  $x \in \mathbf{R}$  určete definiční obor výrazu a výraz upravte.

$$\frac{x^3 + x^2 - 4x - 4}{x^2 - x - 2}$$

**Řešení:**

$$x \in \mathbf{R} \setminus \{-1; 2\}$$

$$\frac{x^3 + x^2 - 4x - 4}{x^2 - x - 2} = x + 2$$

---

3 Užitím rozkladu na součin určete nulové body mnohočlenu  $x^5 - 3x^3 + 8x^2 - 24$  s proměnnou  $x \in \mathbf{R}$ .

Uvedte celý postup řešení.

**Řešení:**

$$x^5 - 3x^3 + 8x^2 - 24 = x^3 \cdot (x^2 - 3) + 8 \cdot (x^2 - 3) = (x^3 + 8)(x^2 - 3) = \\ (x + 2)(x^2 - 2x + 4)(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3}) = 0$$

Trojčlen  $x^2 - 2x + 4$  nelze v oboru  $\mathbf{R}$  rozložit.

$$\text{Nulové body mnohočlenu: } x_1 = -2, x_2 = -\sqrt{3}, x_3 = \sqrt{3}$$

---

4 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (4.1–4.4), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

4.1 Pro libovolná dvě reálná čísla  $a, b$  platí  $|a - b| = |b - a|$ .

A	N
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

4.2 Pro libovolné reálné číslo  $a$  platí  $\sqrt{(a - 3)^2} = a - 3$ .

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------

4.3 Pro každá dvě nezáporná čísla  $a, b$  platí  $\sqrt{a + b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$ .

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------

4.4 Pro každá dvě nezáporná čísla  $a, b$  platí  $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ .

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------

**Řešení:**

A, N, N, A

5 Pro  $x, y \in \mathbb{R}^+$  platí:

$$\frac{x + 2\sqrt{xy} + y}{x + y} : \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}$$

Která z úprav je správná?

A)  $\frac{x\sqrt{y} + y\sqrt{x}}{xy}$

B)  $\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{xy}$

C)  $\sqrt{x} + \sqrt{y}$

D)  $x\sqrt{y} + y\sqrt{x}$

E) jiný výraz

**Řešení:**

B

### 3 Rovnice a nerovnice

#### VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 1

Na cestě mezi městy A a C leží město B. Vzdálenost měst A a B je 10 km a vzdálenost měst B a C je 50 km.

Z měst A a B vyjeli současně dva cyklisté směrem k městu C. Rychlost cyklisty vyjíždějícího z města A byla  $25 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ , rychlost cyklisty vyjíždějícího z města B  $20 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ .

(CZVV)

1 **Ve které vzdálenosti od města C dohonil první cyklista druhého?**

- A) 20 km před městem C
- B) 10 km před městem C
- C) 0 km
- D) 10 km za městem C
- E) v jiné vzdálenosti

**Řešení:**

B

---

2 **V oboru R řešte:**

$$\frac{x+3}{x-3} + \frac{x-1}{x-5} = 4$$

**Řešení:**

$K = \{4; 9\}$

---

3 **V oboru R řešte:**

$$x^2 + 4x - 8 < |x + 2|$$

**Řešení:**

$K = (-6; 2)$

---

4 Kvadratická rovnice  $x^2 - 2x \cdot (1 + m) + 3m + 7 = 0$  s neznámou  $x \in \mathbf{C}$  má reálný parametr  $m$ .

**Pro které hodnoty parametru  $m \in \mathbf{R}$  má rovnice imaginární kořeny?**

- A)  $m \in (-2; 3)$
- B)  $m \in (-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$
- C)  $m \in \{-2; 3\}$
- D)  $m \in (-2; 3)$
- E)  $m \in (-3; 2)$

**Řešení:**

D

## VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 5

Slečna Hermína disponuje částkou 8 500 korun, rozhodla se tedy navštívit velký svět financí. Zaujal ji plakát firmy „MOULA & spol.“, v němž stálo:

**Naše firma zhodnotí Vaše peníze! Za 100 dnů si splníte své sny!**  
**Za jednorázovou investici v hodnotě 10 000 korun a více garantujeme 6% zisk za 100 dnů.**  
**Dokonce i investice pod 10 000 korun Vám přinese za 100 dnů 3% zisk.**  
**Chybí Vám peníze? Půjčíme Vám až 10 000 korun na 100 dnů!**  
**Teprve až uplyne celých 100 dnů, zaplatíte 15% úrok z půjčené částky.**

Hermína využije nabídku firmy na 100 dnů a zvažuje i možnost půjčky.

Předpokládejme, že firma dostojí svým slibům.

(CZVV)

5

- 5.1 Vypočtete zisk Hermíny, pokud si žádné peníze nepůjčí a investuje jen částku 8 500 korun.
- 5.2 Vypočtete, o kolik korun se zvýší Hermínin zisk, pokud si chybějící peníze od firmy půjčí a investuje 10 000 korun.
- 5.3 Pokud by měla Hermína o něco menší částku než 8 500 korun, investice 10 000 korun zatížená půjčkou by se jí mohla stále ještě vyplatit. Naopak pro nízké částky je výhodnější investice bez půjčky.
- Vypočtete, pro jakou částku přinášejí obě možnosti stejný zisk (tj. investice bez půjčky nebo investice 10 000 korun zatížená půjčkou).

Uvedte ve všech částech úlohy celý **postup řešení**.

### Řešení:

- 5.1<sup>2</sup> 3% zisk z 8 500 korun:  $0,03 \cdot 8\,500 = 255$  (korun)  
Zisk Hermíny je 255 korun.
- 5.2<sup>2</sup> Zisk z 10 000 korun je 6 %, tj. 600 korun.  
Za půjčenou částku 1 500 korun ( $10\,000 - 8\,500 = 1\,500$ ) se zaplatí 15 %, tj. 225 korun, tedy čistý zisk bude 375 korun, což představuje částku o 120 korun vyšší než v předchozím případě.  
Zisk se zvýší o 120 korun.
- 5.3 Neznámá  $x \geq 0$  představuje částku v korunách, kterou je možné investovat. Uvažujme  $x < 10\,000$  korun (je možná přímá investice s 3% ziskem nebo investice s půjčkou) a dále předpokládejme, že půjčka zvýší investovanou částku právě na 10 000 korun.  
Zisk  $z_1$  z investice samotné částky  $x$  (bez půjčky):  $z_1 = 0,03x$   
Zisk  $z_2$  z investice zatížené půjčkou dorovnáující částku  $x$  na 10 000 korun:  
 $z_2 = 10\,000 \cdot 0,06 - (10\,000 - x) \cdot 0,15$   
Pro  $z_1 = z_2$  platí:  
 $0,03x = 10\,000 \cdot 0,06 - (10\,000 - x) \cdot 0,15$   
 $3x = 60\,000 - 150\,000 + 15x$   
 $12x = 90\,000$   
 $x = 7\,500$   
Zkouška:  
Přímá investice:  $z_1 = 0,03 \cdot 7\,500 = 225$  (korun)  
Investice s půjčkou:  $z_2 = 600 - 2\,500 \cdot 0,15 = 225$  (korun)

<sup>2</sup> Části 5.1 a 5.2 lze zařadit do tematického okruhu Číselné množiny.

Pro částku 7 500 korun přináší obě možnosti stejný zisk.

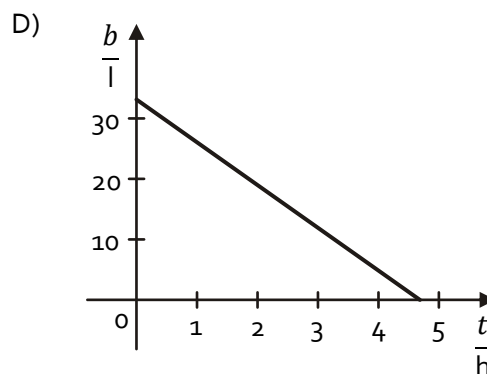
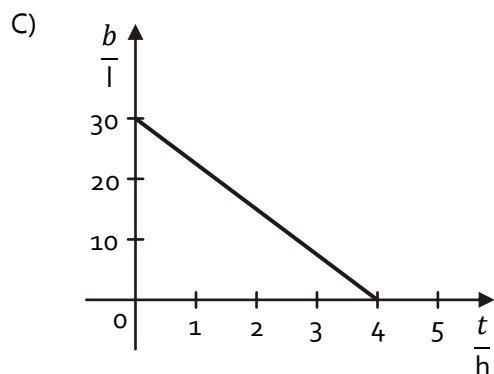
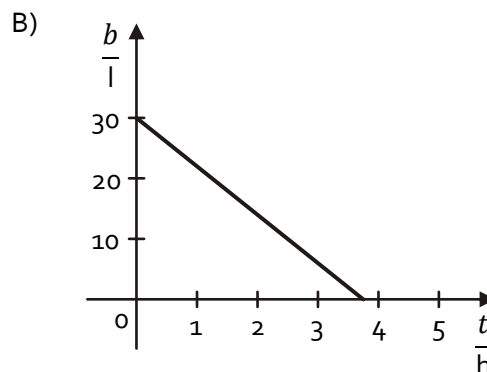
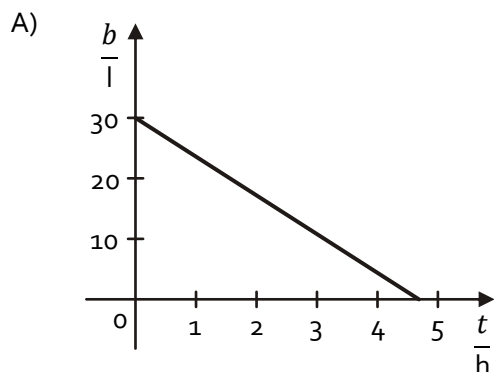
## 4 Funkce

### VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 1

Automobil má na počátku jízdy 30 litrů benzínu v nádrži. Jede stálou rychlostí  $80 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ . Při této rychlosti je průměrná spotřeba benzínu 8 litrů na 100 km. Objem benzínu v nádrži  $b$  (v litrech) je lineární funkcí doby jízdy auta  $t$  (v hodinách).

(CZVV)

1 Který z grafů by mohl znázorňovat tuto lineární funkci?



D) žádný z uvedených grafů

Řešení:

A

### VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 2

Teplota se měří v Celsiových nebo Fahrenheitových stupních. Hodnoty  $f$  naměřené ve Fahrenheitových stupních jsou lineární funkcí hodnot  $c$  naměřených v Celsiových stupních. Přitom naměřené hodnotě  $8 \text{ }^\circ\text{C}$  odpovídá  $46,4 \text{ }^\circ\text{F}$  a naměřené hodnotě  $24 \text{ }^\circ\text{C}$  odpovídá  $75,2 \text{ }^\circ\text{F}$ .

(CZVV)

2 Převeďte na Fahrenheitovy stupně naměřenou hodnotu  $20 \text{ }^\circ\text{C}$ .

Řešení:

$68,0 \text{ }^\circ\text{F}$

### VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 3

Závislost hmotnosti  $m$  radioaktivní látky na čase  $t$  při její radioaktivní přeměně je dána vzorcem  $m = m_0 \cdot 0,5^{\frac{t}{T}}$ , kde  $m_0$  značí počáteční hmotnost látky v čase  $t = 0$  a  $T$  je tzv. poločas přeměny (doba, za kterou se  $m_0$  zmenší na polovinu).

Poločas přeměny radionuklidu jodu  $^{131}\text{I}$  je 8 dní.

(CZVV)

3 Jaká je hmotnost zbylého radionuklidu za 5 dní, jestliže  $m_0 = 0,1$  g?

- A) 0,65 g
- B) 65 mg
- C) 6,5 mg
- D) 0,65 mg
- E) 0,065 mg

Řešení:

B

---

4 Řešte následující nerovnice v daných oborech a výsledek запиšte intervalem.

4.1  $3 - x \geq -3$  pro  $x \in \langle -10; 10 \rangle$

4.2  $x^2 \leq x$  pro  $x \in \mathbf{R}$

4.3  $\log_3 x \geq 0$  pro  $x \in \mathbf{R}$

4.4  $\cos x < \sin x$  pro  $x \in \langle 0; 2\pi \rangle$

Řešení:

4.1  $x \in \langle -10; 6 \rangle$

4.2  $x \in \langle 0; 1 \rangle$

4.3  $x \in \langle 1; +\infty \rangle$

4.4  $x \in \left( \frac{\pi}{4}; \frac{5\pi}{4} \right)$

## 5 Posloupnosti a řady, finanční matematika

### VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 1

Za posledních pět let firma zvyšovala výrobu každý rok o 10 % oproti předcházejícímu roku.

(CZVV)

- 1 **Vypočtete, o kolik procent firma zvýšila výrobu za posledních pět let.**  
Výsledek zaokrouhlete na celá procenta.

**Řešení:**

61 %

---

- 2 Posloupnost je určena prvními dvěma členy  $a_1 = 0$ ,  $a_2 = 2$  a rekurentním vztahem  $a_{n+2} = a_n + 2 \cdot a_{n+1}$ ;  $n \in \mathbf{N}$ .

**Jaký je šestý člen této posloupnosti?**

- A) 24
- B) 49
- C) 52
- D) 58
- E) 140

**Řešení:**

D

### VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOHÁM 3–4

Čísla 1, 26 a 36 jsou tři členy konečné aritmetické posloupnosti. Je mezi nimi uveden první i poslední člen posloupnosti.

(CZVV)

- 3 Kolik členů by měla taková posloupnost s diferencí  $d = 0,25$ ?
- A) 39
  - B) 140
  - C) 141
  - D) 147
  - E) Pro danou diferencí nejsou splněny podmínky v zadání úlohy.

**Řešení:**

C

- 4 Podmínkám z výchozího textu vyhovují různé aritmetické posloupnosti. Vyberme takovou posloupnost, která má největší možnou diferencí  $d$ .

**Ve kterém intervalu se nachází diference  $d$  této posloupnosti?**

- A)  $(0; 2,5)$
- B)  $(2,5; 4)$
- C)  $(4; 5,5)$
- D)  $(5,5; 7)$
- E) do žádného z uvedených intervalů

**Řešení:**

C

---

- 5 Pro kterou hodnotu  $k \in \mathbb{R}$  platí následující rovnost?

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{k \cdot n^2 + 4n}{(2n + 1)^2} = 2$$

- A) 0
- B) 0,5
- C) 2
- D) 4
- E) 8

**Řešení:**

E



6 Která z uvedených řad nemá součet rovný  $\frac{1}{2}$ ?

A)  $\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \dots$

B)  $\frac{2}{3} - \frac{2}{9} + \frac{2}{27} - \frac{2}{81} + \dots$

C)  $1 - \frac{2}{3} + \frac{4}{9} - \frac{8}{27} + \dots$

D)  $\frac{3}{4} - \frac{3}{8} + \frac{3}{16} - \frac{3}{32} + \dots$

E)  $\frac{3}{2^3} + \frac{3}{2^5} + \frac{3}{2^7} + \frac{3}{2^9} + \dots$

**Řešení:**

C

## 6 Planimetrie

- 1 Kružnice má délku o 10 cm větší, než je obvod pravidelného šestiúhelníku vepsaného do kružnice.

**Vypočítejte obsah kruhu, jehož hranici tvoří tato kružnice.**

Výsledek zaokrouhlete na  $\text{dm}^2$ .

**Řešení:**

$39 \text{ dm}^2$

- 2 Je dána přímka  $p$ , kružnice  $k(S; r)$  a bod  $O$ , který neleží ani na přímce  $p$  ani na kružnici  $k$  ( $O \notin p \cup k$ ).

**Najděte takovou dvojici bodů  $K \in k, P \in p$ , aby bod  $O$  ležel ve středu úsečky  $KP$ .**

Uvedte celý postup řešení.

**Řešení:**

Rozbor:

Bod  $K$  je obrazem bodu  $P$  ve středové souměrnosti  $S$  se středem  $O$ . Bod  $P$  leží na přímce  $p$ , proto jeho obraz  $K$  leží na obrazu  $p'$  přímky  $p$  v téže souměrnosti.

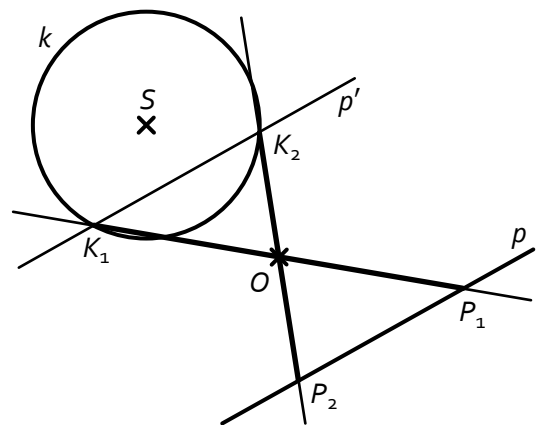
Zápis konstrukce:

1.  $p'; S(O): p \rightarrow p'$
2.  $K; K \in k \cap p'$
3.  $P; P \in p \cap KO$

Diskuse:

1.  $k \cap p' = \emptyset$  ... žádné řešení
2.  $k \cap p' = \{K\}$  ... jedno řešení
3.  $k \cap p' = \{K_1; K_2\}$  ... dvě řešení

Náčrtek:



- 3 Velikosti vnitřních úhlů šestiúhelníku tvoří aritmetickou posloupnost. Nejmenší úhel má velikost  $70^\circ$ .

**Určete velikosti zbývajících vnitřních úhlů.**

**Řešení:**

$90^\circ, 110^\circ, 130^\circ, 150^\circ, 170^\circ$

4 V rovině  $\varrho$  jsou umístěny dva různé body  $P$  a  $Q$ .

Přiřadte popisu každé množiny 4.1–4.4 obraz množiny A–F.

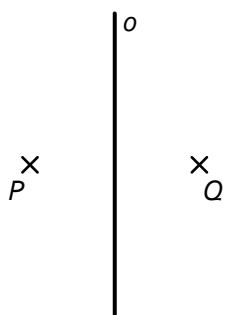
4.1  $\{X \in \varrho; |\sphericalangle PXQ| = 90^\circ\}$  \_\_\_\_\_

4.2  $\{X \in \varrho; |XP| + |XQ| = 2 \cdot |PQ|\}$  \_\_\_\_\_

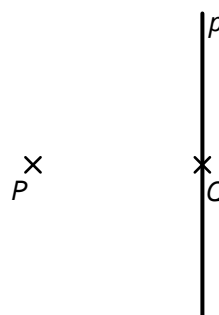
4.3  $\{X \in \varrho; |PX|^2 - |QX|^2 = |PQ|^2\}$  \_\_\_\_\_

4.4  $\{X \in \varrho; |XP| - |XQ| = |PQ|\}$  \_\_\_\_\_

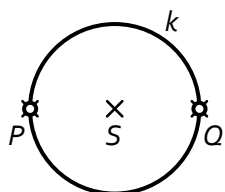
A) Osa  $o$  úsečky  $PQ$ .



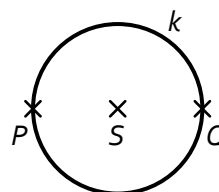
B) Přímka  $p$  kolmá k úsečce  $PQ$  procházející bodem  $Q$ .



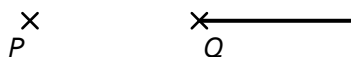
C) Kružnice  $k$  s průměrem  $PQ$  kromě bodů  $P$  a  $Q$ .



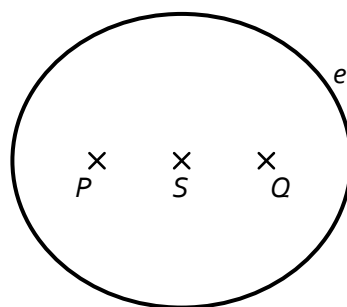
D) Kružnice  $k$  s průměrem  $PQ$ .



E) Polopřímka opačná k polopřímce  $QP$ .



F) Elipsa  $e$  s ohnisky  $P, Q$  a hlavní poloosou délky  $|PQ|$ .



**Řešení:**

4.1 C

4.2 F

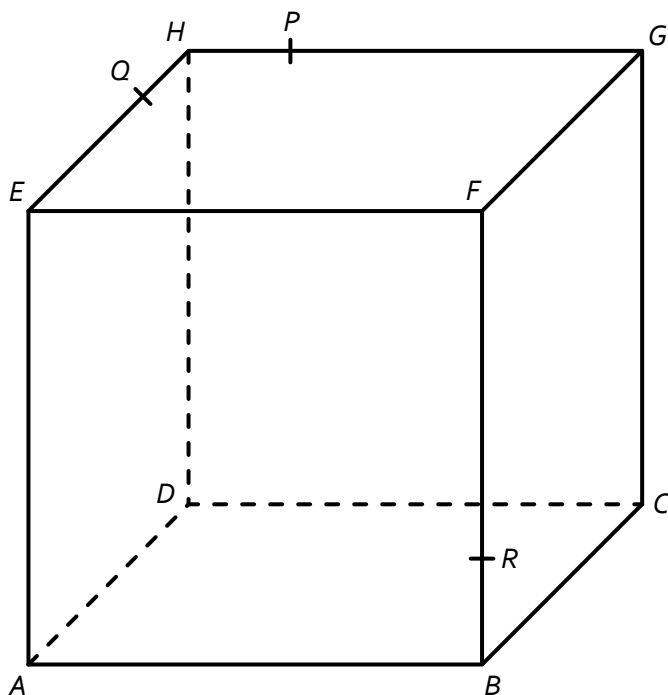
4.3 B

4.4 E

## 7 Stereometrie

### VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 1

V krychli  $ABCDEFGH$ , kde  $|AB| = 6$  cm, je bod  $P$  vnitřním bodem hrany  $HG$ , bod  $Q$  vnitřním bodem hrany  $EH$  a bod  $R$  vnitřním bodem hrany  $BF$ .

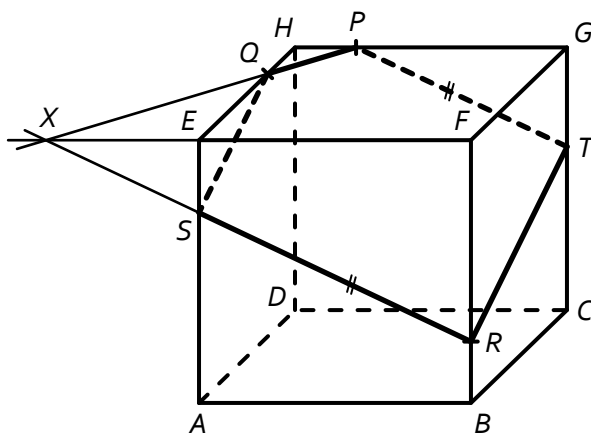


(CZVV)

1 Sestrojte řez krychle rovinou  $PQR$ .

**Řešení:**

1.  $\leftrightarrow PQ$
2.  $X; X \in \leftrightarrow PQ \cap \leftrightarrow EF$
3.  $S; S \in \leftrightarrow XR \cap AE$
4.  $T; T \in CG \wedge \leftrightarrow PT \parallel \leftrightarrow XR$
5. pětiúhelník  $PQSRT$



2 Určete počet tělesových úhlopříček v konvexním pětibokém kolmém hranolu.

**Řešení:**

10

### VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 3

Pro odstraňování ropných havárií na otevřeném moři se používají speciální hmoty, které jsou schopny svým povrchem absorbovat ropu z mořské hladiny.  $1 \text{ cm}^2$  povrchu takové hmoty je schopen absorbovat až 20 g ropy.

Z krychle této suroviny o hraně délky 1 m lze technologickým způsobem bez materiálových ztrát vyrobit směs kuliček o středním průměru 2 mm.

(CZVV)

**3 Kolik kuliček lze za uvedených podmínek připravit?**

(Výsledek je zaokrouhlen na dvě platné číslice.)

- A) 240 tisíc
- B) 24 milionů
- C) 120 milionů
- D) 240 milionů
- E) jiný počet

**Řešení:**

D

**4** V pravidelném šestibokém hranolu  $ABCDEF A' B' C' D' E' F'$  jsou dány následující dvojice rovin:

$ABC, D' E' F'$

$ABB', CC' F'$

$BDD', A' AE$

$A' F' F, EDD'$

$ACF', A' B' D$

**V kolika případech se jedná o dvojici různoběžných rovin?**

- A) právě v jednom
- B) právě ve dvou
- C) právě ve třech
- D) právě ve čtyřech
- E) ve všech pěti

**Řešení:**

B

### VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 5

V kotli tvaru polokoule o vnitřním průměru 86 cm je hladina vody 5 cm pod okrajem kotle.

(CZVV)

**5 Kolik litrů vody je v kotli?**

Výsledek zaokrouhlete na celé litry.

**Řešení:**

138 litrů

## 8 Analytická geometrie

- 1 V rovnoběžníku  $ABCD$  je dán střed souměrnosti  $S[2; 0]$  a vektory  $\vec{u} = B - A = (5; -1)$ ,  $\vec{v} = D - A = (1; 3)$ .

**Který z uvedených bodů je vrcholem daného rovnoběžníku?**

- A)  $A[-3; -1]$
- B)  $B[5; -1]$
- C)  $C[5; 1]$
- D)  $D[-1; 1]$
- E) žádný z uvedených

**Řešení:**

C

---

- 2 Jsou dány vektory  $\vec{u} = (-1; 1; 2)$  a  $\vec{v} = (-2; 0; 5)$ .

**Který vektor je kolmý k oběma vektorům  $\vec{u}$  a  $\vec{v}$ ?**

- A)  $\vec{a} = (-5; 1; 2)$
- B)  $\vec{b} = (-5; -1; 2)$
- C)  $\vec{c} = (5; 1; 2)$
- D)  $\vec{d} = (-2; 1; 5)$
- E)  $\vec{e} = (2; -1; 5)$

**Řešení:**

C

---

- 3 Kružnice se středem  $S[3; -4]$  prochází počátkem soustavy souřadnic.

**Napište obecnou rovnici kružnice.**

**Řešení:**

$$x^2 + y^2 - 6x + 8y = 0$$

---

- 4 Řídící přímka paraboly má rovnici  $x = 2$ . Ohniskem paraboly je bod  $F[-4; 2]$ .

**Napište vrcholovou rovnici paraboly.**

**Řešení:**

$$(y - 2)^2 = -12 \cdot (x + 1)$$

## 9 Kombinatorika, pravděpodobnost, statistika

1 Řešte rovnici s neznámou  $n \in \mathbb{N}$ .

$$\binom{n}{2} + \binom{n-1}{2} = n^2$$

Řešení:

$$K = \emptyset$$

### VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 2

Do finále turnaje v žákovské kopané, v němž se utká každé družstvo s každým, se probjovala 4 družstva. Každé utkání bude trvat dvakrát 45 minut a mezi každým poločasem a každým zápasem je desetiminutová přestávka.

Organizátor turnaje musí za pronájem hřiště zaplatit, a to 200 Kč za každou započatou hodinu.

(CZVV)

2 Určete minimální cenu, kterou organizátor musí zaplatit za pronájem hřiště.

Řešení:

$$2 \text{ 200 Kč}$$

### VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 3

V balíku je 24 karet, které jsou očíslovány přirozenými čísly od 1 do 24. Karty zamícháme a jednu z nich náhodně vytáhneme.

(CZVV)

3 Určete pravděpodobnost, že číslo tažené karty je dělitelné 4 nebo 6.

Řešení:

$$\frac{1}{3}$$

### VÝCHOZÍ TEXT A TABULKA K ÚLOZE 4

Ve škole jsou 4 třídy druhého ročníku označeny písmeny A, B, C, D. V tabulce jsou uvedeny počty žáků a průměrné známky z matematiky v těchto třídách.

Třída	Počet žáků	Průměrná známka z matematiky
A	27	2,08
B	25	2,18
C	26	2,70
D	22	2,37

(CZVV)

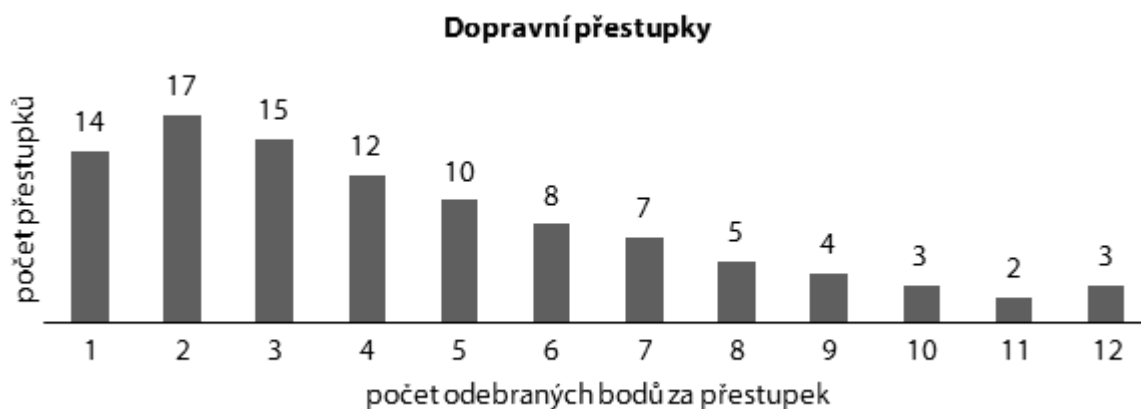
4 Vypočtěte průměrnou známku z matematiky žáka ve druhém ročníku této školy.

Řešení:

$$2,33$$

## VÝCHOZÍ TEXT A GRAF K ÚLOZE 5

V grafu je statistika dopravních přestupků ve sledovaném období. Závažnost dopravního přestupku vyjadřuje počet odebraných bodů.



Např. bylo spácháno 10 pětibodových přestupků.

(CZVV)

5

- 5.1 Určete průměrný počet bodů odebraných za jeden přestupek.
- 5.2 Určete, kolikrát počet odebraných bodů překročil průměrnou hodnotu.
- 5.3 Určete modus.
- 5.4 Určete medián.
- 5.5 Vypočtěte směrodatnou odchylku.

**Řešení:**

- 5.1 4,52 bodu
- 5.2 ve 42 případech
- 5.3 2 body
- 5.4 4 body
- 5.5 2,94 bodu